MOLEKULALAR ISSIQLIK HARAKATLARINING TEZLIK KOMPONENTALARILARI BO‘YICHA TAQSIMOTI (MAKSVELL TAQSIMOTI)

https://doi.org/10.5281/zenodo.11668333

Urinov Shavkatjon Abduqayumovich
Farg’ona “Temurbeklar maktabi”
harbiy litseyi fizika fani o’qituvchisi

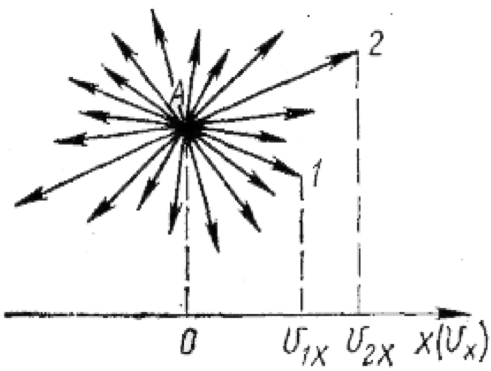
Annotatsoya: *Maqolada Maksvell taqsimoti, molekulalarning issiqlik harakatlarining tezlik komponentalarini keng kamrovda yoritib beriladi*

Kalit so’zlar: *molekula,tezliklar tikoni, issiqlik harakati, Maksvell*

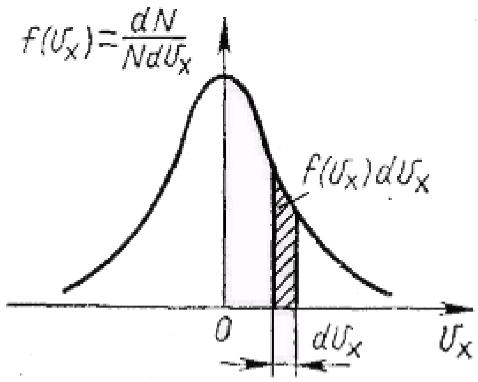
Ixtiyoriy molekulaning ilgarilanma harakat kinetik energiyasi koordinataning uchta o‘qiga nisbatan harakatiga mos keluvchi uchta qo‘shiluvchi bilan tasvirlanadi:

$$\frac{m\upsilon^2}{2}=\frac{m\upsilon_x{}^2}{2}+\frac{m\upsilon_y{}^2}{2}+\frac{m\upsilon_z{}^2}{2}$$

Bu ($W=e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}}\cdot e^{-\frac{\varepsilon_2}{kT}}\cdot\cdots\cdot e^{-\frac{\varepsilon_z}{kT}}$) ga muvofiq, koordinataning ixtiyoriy *X, Y* va *Z* o‘qlari molekula harakatini tavsiflovchi taqsimotni keltirib chiqarishga imkon beradi. Taqsimotni *X* o‘q bo‘yica ko‘rib chiqamiz. Buning uchun berilgan vaqt momentida molekulalar tezliklari vektorini belgilab, ular boshini *A* nuqtaga olib kelamiz (35-rasm).



1-rasm



2-rasm

Bu nuqta atrofida fazoviy “tezliklar tikoni”, “ignalar” hosil bo‘ladi. Ular kichik ham, katta ham bo‘lishi mumkin. Molekulalar tartibsiz harakatlanadilar, ularning harakatlari uchun barcha yo‘nalishlar teng ehtimollikka ega. Aynan shuning uchun “tezliklar tikoni” sferik simmetriyaga ega bo‘lishi kerak. Buning uchun nuqta atrofida ixtiyoriy υ radiusga va $\Delta\upsilon$ qalinlikka ega bo‘lgan shar qatlam ajratish kerak (uning hajmi $4\,\pi\upsilon^2\Delta\upsilon$ ga teng). Bunda vektorlarning bir qismi shar qatlamda tugaydi, bunda bu qatlamning ixtiyoriy joyida uning birlik hajmiga tezlik vektorlari uchlarining tahminan bir xil soni to‘g‘ri keladi.

Boshi bir nuqtaga keltirilgan tezlik vektorlari uchlarini *X* o‘qiga proyeksiyalaymiz (1-rasm). Agar molekulalar soni *N* ta bo‘lsa, vektorlar proyeksiyasi υ_x ham *N* ta bo‘ladi (1-

rasmda faqat *1* va *2* molekulaning proyeksiyasi belgilangan). Shu yol bilan *x* (υ_x) o'qida hosil qilingan nuqtalar yig'indisi *X* o'qi bo'ylab molekulalarning issiqlik harakatlari tezlik komponentalari bo'yicha taqsimotini tavsiflaydi.

υ_x o'qida υ_x dan υ_x *Q* $\Delta\upsilon_x$ gacha interval ajratamiz. Bu tezliklar intervaliga ayrim ΔN molekulalar soni to'g'ri keladi. ΔNG`N nisbat molekulalarning ajratilgan tezlik intervalida bo'lish ehtimolidir.

$$\frac{\Delta N_i}{N} = \frac{e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}}}$$

ga muvofiq ε_i ni $m\upsilon_x^2$G`2 ga almashtirganda

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{e^{-\frac{m\upsilon_x^2}{2kT}}}{\sum_i e^{-\frac{m\upsilon_x^2}{2kT}}} \qquad (1)$$

deb yoza olamiz.

(1) ning chap va o'ng tomonlarini $\Delta\upsilon_x$ ga bo'lib va chegaraviy qiymatlarga o'tib

$$\frac{1}{N}\cdot\frac{dN}{d\upsilon_x} = \frac{e^{-\frac{m\upsilon^2_x}{2kT}}}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{m\upsilon_x^2}{2kT}}d\upsilon_x} \qquad (2)$$

ni hosil qilamiz. (2) dagi integral

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2}dx = \left(\frac{\pi}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ga teng.

Bizning misolda $a = m/2kT$, shuning uchun

$$f(\upsilon_x) = \frac{dN}{Nd\upsilon_x} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{m\upsilon^2_x}{2kT}} \qquad (3)$$

Bu munosabat tezliklar bo'yicha izlanayotgan taqsimotdir (Maksvell taqsimoti). Berilgan temperaturada $dN/Nd\upsilon_x$ funksiya faqat molekula tezligiga bog'liq va molekulalarning υ_x dan υ_x+1 gacha bo'lgan birlik intervalda bo'lish ehtimolligini bildiradi (ehtimollik zichligi). Molekulalar tezliklarining boshqa komponentalari uchun (*X* ni *Y* va *Z* ga almashtirganda) (3) ga analogik bo'lgan munosabat hosil bo'ladi.

$f(\upsilon_x)$ bog'liqlik grafik tarzda 2-rasmda ko'rsatilgan. υ_x ning qiymati ham musbat, ham manfiy bo'lishi mumkin. Juda katta tezliklarni ikkala yo'nalish uchun topish ehtimolligi juda kam. ($f(\upsilon_x)$ funksiyaning grafigi koordinata boshidan uzoqlashgan sari pasayadi).

dN/N ga teng bo'lgan $f(\upsilon_x)d\upsilon_x$ ko'paytma (molekulalarning υ_x dan $\upsilon_x+d\upsilon_x$ gacha intervalda bo'lish ehtimolligi) grafik tarzda asosi $d\upsilon_x$ bo'lgan va yuqoridan $f(\upsilon_x)$ funksiya grafigi bilan chagaralangan elementar shakl yuzasi bilan tasvirlanadi (2-rasm).

$\frac{\Delta N}{N} = \int_{\upsilon_{1x}}^{\upsilon_{2x}} f(\upsilon_x) d\upsilon_x$ integral tezliklari υ_{1x} dan υ_{2x} gacha bo'lgan tezlik intervalida yotuvchi molekulalarning nisbiy sonini beradi. —∞ dan +∞ gacha olingan bunday ko'rinishdagi integral birga tengdir:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\upsilon_x) d\upsilon_x = 1 \qquad (4)$$

(Molekulalarning —∞ dan +∞ gacha tezlik intervalida bo'lish ehtimolligi birga teng).

Sistema temperaturasini oshirish (3) funksiya maksimumining kamayishiga olib keladi, $f(\upsilon_x)$ bog'liqlik grafigi katta tezlikli molekulalar sonining oshishi evaziga deformasiyalanadi, biroq bunda (2) egri chiziq bilan chegaralanuvchi yuza saqlanadi.

Tezliklar bo'yicha taqsimotni (2) bilgan holda tezlik υ_x ning o'rtacha qiymatini, shuningdek tezlik funksiyasi bo'lgan, masalan υ^2_x kabi ixtiyoriy kattalikni topish mumkin.

Berilgan o'qda, masalan, *X* o'qida tezliklar komponentalari kvadratlarining o'rtacha qiymatini topamiz (berilgan o'q bo'yicha molekula issiqlik harakatining o'rtacha kvadratik tezligini):

$$c^2{}_x = \overline{\upsilon^2{}_x}$$

($C^2{}_x = \frac{1}{N}\sum_i \upsilon^2{}_{ix}$, $C^2{}_y = \frac{1}{N}\sum_i \upsilon^2{}_{iy}$, $C^2{}_z = \frac{1}{N}\sum_i \upsilon^2{}_{iz}$) ga muvofiq:

$$C^2{}_x = \frac{1}{N}\sum_i \upsilon^2{}_{ix} \qquad (5)$$

υ_x o'qni kichik υ_x intervallarga bo'lib chiqamiz. Bunday har bir intervalga *dN* zarralar soni to'g'ri keladi. $\upsilon^2{}_x dN$ ko'paytma *X* o'qi bo'yicha ularning belgilangan *dN* qiymati uchun molekulalar tezlik komponentalari kvadratlari yig'indisini aniqlaydi (Bu molekulalar uchun tezliklar komponentalari υ_x dan $\upsilon_x + d\upsilon_x$ gacha intervalda yotadi). $\int \upsilon^2{}_x dN$ integral barcha molekulalar tezlik komponentalari kvadratlari yig'indisini beradi va uni uni *N* ga bo'lsak (5) uchun boshqacha munosabatni olamiz:

$$C^2{}_x = \frac{1}{N}\int \upsilon^2{}_x dN \qquad (6)$$

(3) ni qo'llab

$$C^2{}_x = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \upsilon^2{}_x e^{-\frac{m\upsilon^2{}_x}{2kT}} d\upsilon_x \qquad (7)$$

ni hosil qilamiz.

(7) dagi integralning qiymati

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \upsilon^2{}_x e^{-\frac{m\upsilon^2{}_x}{2kT}} d\upsilon_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi 8k^3T^3}{m^3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ga teng.

Shunga muvofiq,

$$C^2{}_x = \frac{kT}{m} \qquad (8)$$

2-rasmga e'tiborni qaratib, uning simmetrikligini payqash oson. Teng qiymatli intervallardagi molekulalar tezliklari musbat va manfiy komponentalari *($\pm\upsilon_x$)* ni topish ehtimolliklari bir xildir. Bu qandaydir oʻqqa nisbatan (masalan, *X* oʻqiga) zarralarning yarmi musbat yoʻnalishda, boshqalari esa manfiy yoʻnalishda harakatlanishini bildiradi. Aynan shuning uchun ixtiyoriy oʻqqa nisbatan zarralarning oʻrtacha tezligi (u yoki bu tomonga harakatni e'tiborga olgan holda) doimo nolga tengdir (issiqlik harakati uchun barcha yoʻnalishlar teng ehtimollikka ega).

Berilgan yoʻnalish boʻyicha molekulalar tezlik komponentalarining oʻrtacha qiymatini topamiz (berilgan yoʻnalish boʻyicha oʻrtacha arifmetik tezlik). Berilgan yoʻnalish sifatida *X* oʻqining musbat yoʻnalishni olamiz. Koʻrilayotgan holda *$\upsilon_x > 0$* deb, ($C_a = \frac{1}{N}\sum_i \upsilon_i$) munosabat asosida

$$C_{ax} = \frac{1}{N}\int_0^\infty \upsilon_x dN \qquad (9)$$

ni topamiz.

(3) asosida

$$C_{ax} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty \upsilon_x e^{-\frac{m\upsilon^2{}_x}{2kT}} d\upsilon_x \qquad (10)$$

ni hosil qilamiz.

Integral $\int_0^\infty \upsilon_x e^{-\frac{m\upsilon^2{}_x}{2kT}} d\upsilon_x = \frac{kT}{m}$, u holda

$$C^2{}_{ax} = \left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (11)$$

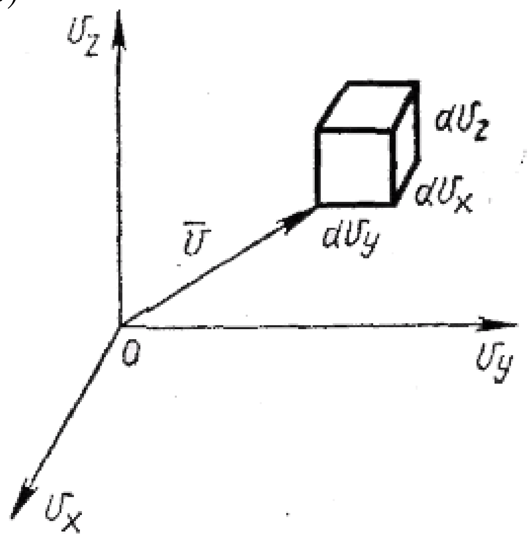
MOLEKULALARNING ISSIQLIK HARAKATLARI TEZLIKLARI BOʻYICHA TAQSIMOTI (MAKSVELL TAQSIMOTI)

Tezliklar bo‘yicha molekulalarning taqsimotini keltirib chiqarish uchun quyidagi misoldan foydalanamiz: molekulalar tezliklarini Dekart koordinatalar sistemasi markazidan boshlanuvchi υ_x , υ_y , υ_z vektorlar bilan tasvirlaymiz (3- rasm). Bu sistemada tezlik vektorining kattaligi va yo‘nalishi vector tugaydigan nuqtaning holati bilan aniqlanadi.Tezlik moduli

$|\upsilon| = \sqrt{\upsilon_x + \upsilon^2_y + \upsilon^2_z}$, yoki

$$|\upsilon|^2 = \upsilon^2_x + \upsilon^2_y + \upsilon^2_z \quad (1)$$

υ_x , υ_y , υ_z koordinatalar sistemasi bilan tezliklar fazosi deb ataluvchi $d\upsilon_x \cdot d\upsilon_y \cdot d\upsilon_z$ ga teng bo‘lgan hajm elementi ajratiladi.



3- rasm

$$f(\upsilon_x) = \frac{dN}{Nd\upsilon_x} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{m\upsilon^2_x}{2kT}}$$

ko‘rinishidagi uchta funksiya ko‘paytmasi

$f(\upsilon_x) \cdot f(\upsilon_y) \cdot f(\upsilon_z)$

molekulaning tezliklar fazosi hajmiga tushish ehtimolligini aniqlaydi:

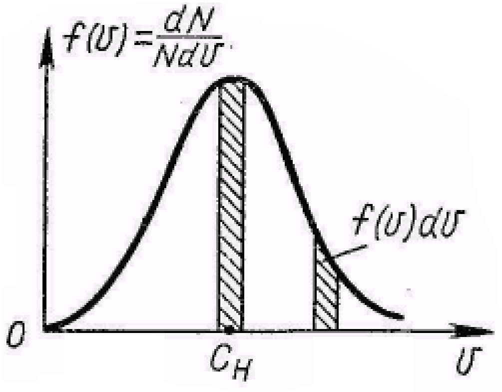
$$f(\upsilon_x)\, f(\upsilon_y)\, f(\upsilon_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2kT}\left(\upsilon_x{}^2 + \upsilon_y{}^2 + \upsilon_z{}^2\right)} \quad (2)$$

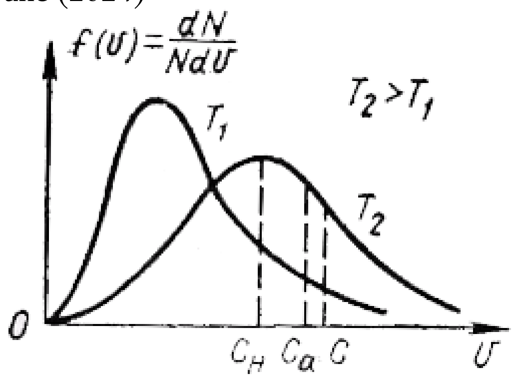
Bu funksiya faqat tezlik moduliga bog‘liqligidan, uning o‘ng tomonini aniqlash uchun quyidagicha ish tutamiz: koordinata boshi atrofida tezliklar fazosida radiuslari υ va $\upsilon Q d\upsilon$ bo‘lgan ikkita sfera ajratamiz. Ko‘rsatilgan sferalar orasidagi shar qatlam hajmi $4\pi\upsilon^2 d\upsilon$ ga teng. Ajratilgan shar qatlamda ma’lum sonli molekulalar tezlik vektorlari tugaydi. Bu sonni dN bilan belgilab, (2) kabi tezliklar fazosining birlik hajmiga molekulalarni tushishi ehtimolligini aniqlaydigan $\frac{dN}{N4\pi\upsilon^2 d\upsilon}$ nisbatni kiritamiz. (2) ning o‘ng tomonini hosil qilingan nisbatga tenglab va (1) ni hisobga olgan holda,

$$f(\upsilon) = \frac{dN}{Nd\upsilon} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{\upsilon^2}{\left(\frac{2kT}{m}\right)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} \quad (3)$$

ekanligini topamiz.

(3) tenglamani birinchi bo‘lib Maksvell keltirib chiqargan va u gazsimon va suyuq holatdagi moddalar molekulyar nazariyasida fundamental qiymatga egadir. (3) funksiya molekulaning birlik tezlik intervali (υ dan $\upsilon+1$ gacha) da bo‘lish ehtimolligini aniqlaydi.





5-rasm

4-rasm

3) funksiya grafigi 4-rasmda ko'rsatilgan. (2) tenglama tezlik vektorlari uchlarining *X* o'qidagi proyeksiyalarining taqsimlanishini ifodalaydi, (3) tenglama esa tezlik vektorlarining, ularning boshi bir nuqtaga keltirilganida va ularning hammasi υ o'qda musbat yo'nalishga aylantirilganda, chekka nuqtalari proyeksiyalarining taqsimotini ifodalaydi. Kutilganidek, (3) funksiya $\upsilon \to 0$ va $\upsilon \to \infty$ da nolga intiladi, yani tinchlangan molekulalarni yoki juda katta tezlik bilan harakatlanuvchi molekulalarni topish ehtimolligi nolga yaqinlashadi. 4- grafikdan taqsimot funksiyasining maksimumiga to'gri keladigan shunday tezlik mavjudligi ko'rinib turibdi. Bu tezlik eng katta ehtimollik tezlik deyilib, C_e bilan belgilanadi. (3) funksiyani ekstremumga tekshirib

$$C_H=\sqrt{\frac{2kT}{m}} \qquad (4)$$

ekanligini topamiz. (4) ni hisobga olgan holda (3) ni boshqacha ko'rinishda yozamiz:

$$\frac{dN}{Nd\upsilon}=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\frac{\upsilon^2}{C_H{}^3}e^{-\left(\frac{\upsilon}{C_H}\right)^2} \qquad (5)$$

Maksvell taqsimoti egri chizig'idan (4-rasm) foydalanib, grafik tarzda tezliklari berilgan *υ* dan *υ + dυ* gacha intervalda yotuvchi molekulalarning nisbiy soni *dN/N=f(υ)dυ* ni aniqlash mumkin. Bu rasmda asoslari bir xil, lekin tezliklar o'qining turli yerlarida olingan ikkita shunday interval tasvirlangan (ulardan biri eng katta ehtimolli tezlikni o'z ichiga oladi). Shtrixlangan maydonlarni taqqoslash shuni ko'rsatadiki, agar interval o'z ichiga eng katta ehtimolli tezlikni olgan bo'lsa, bunday intervalda molekulalarni topish ehtimolligi maksimaldir.

Eng katta ehtimolli tezlik – bu molekulalarning ko'p ulushi ega bo'lgan tezlik degan ta'rif albatta noto'g'ridir. Haqiqatda, *dN/N=f(υ)dυ* bo'lib, $d\upsilon \to 0$ da doimo $dN/N \to 0$ bo'ladi. Shunday qilib, aniq berilgan tezlikli molekulalarni topish ehtimolligi nolga tengdir. (3) ga muvofiq,

$$\int_0^\infty f(\upsilon)d\upsilon=1 \qquad (6)$$

(6) integral grafik tarzda Maksvellning taqsimot funksiyasi (3) bilan chegaralangan maydon orqali ifodalanadi (4-rasm). Mos holda tezligi 0 dan ∞ gacha intervaldagi

molekulalarni topish ehtimolligi birga teng. (4) va (6) dan temperatura oshishi bilan Maksvellning taqsimot funksiyasi maksimumi katta tezliklar tomonga siljiydi, maksimumning balandligi esa bunda kamayadi (39-rasm).

(3) taqsimotni bilgan holda molekulalar issiqlik harakati tezliklarining oʻrtacha qiymatini (oʻrtacha arifmetik tezlik) va tezlik kvadratining oʻrtacha qiymatini topish mumkin.

Molekulalar issiqlik harakatining oʻrtacha tezligi :

$$C_a = \frac{1}{N}\sum_i \upsilon_i \qquad (7)$$

$$C^2{}_x = \frac{1}{N}\int \upsilon^2{}_x dN$$

ni olish uchun qoʻllanilgan muhokamalarni takrorlab:

$$C_a = \frac{1}{N}\int_0^\infty \upsilon dN \qquad (8)$$

ni hosil qilamiz.

(3) dan *dN* ni qoʻyib:

$$C_a = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \upsilon^3 e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} d\upsilon \qquad (9)$$

ga ega boʻlamiz.

Integral $\int_0^\infty \upsilon^3 e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} d\upsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{2kT}{m}\right)^2$ boʻlgani uchun $C_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ boʻladi.

Oʻrtacha kvadratik tezlik uchun $C^2 = \frac{1}{N}\int \upsilon^2 dN$ (3) dan *dN* ning qiymatini qoʻyib:

$$C^2 = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \upsilon^4 e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} d\upsilon$$

ga kelamiz.

Bu munosabatdagi integral $\frac{3\sqrt{\pi}}{8}\left(\frac{2kT}{m}\right)^{\frac{5}{2}}$ ga teng va shunga muvofiq,

C^2=3kT/m (10)

(4), (9) va (10) dan

$$C : C_a : C_e = \sqrt{3} : \sqrt{\frac{8}{\pi}} : \sqrt{2} \approx 1{,}2 : 1{,}1 : 1 \qquad (11)$$

kelib chiqadi.

Shunday qilib, $C>C_a>C_e$. Bunda oʻrtacha kvadratik tezlik oʻrtacha arifmetik tezlikdan 9% ga va eng katta ehtimollik tezlikdan 22% ga kattadir.

Avvalgi paragrafda berilgan yoʻnalishda (X oʻqi boʻyicha) molekulalar issiqlik harakatlarining oʻrtacha kvadratik va oʻrtacha arifmetik tezliklarining qiymatlari topilgan edi. $C^2{}_x = \dfrac{kT}{m}$ formulani $C^2{}_x = \dfrac{kT}{m}$ bilan va $C^2{}_x = \dfrac{kT}{m}$ formulani $C_{ax} = \left(\dfrac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty \upsilon_x e^{-\frac{m\upsilon^2{}_x}{2kT}} d\upsilon_x$ formula bilan solishtirib:

a) $C = \sqrt{3}C_x$ b) $C_a = 4C_{ax}$ (12)

ga ega boʻlamiz.

Shuni eslatib oʻtamizki, Maksvell taqsimotidan olingan (12,a) oldin oʻrtacha qiymatlarni aniqlashda olingan edi.

Molekulyar-kinetik nazariyaning juda muhim natijasi temperatura bilan molekulalar ilgarilanma harakati oʻrtacha energiyasi orasida bogʻliqlikni oʻrnatishdir. Shunday (10) dan

$$\frac{mc^2}{2} = \frac{3}{2}kT \qquad (13)$$

kelib chiqadi.

(13) ga binoan molekulalar ilgarilanma harakati kinetik energiyasining oʻrtacha qiymati termodinamik temperaturadan faqatgina *3/2 k* koʻpaytmaga farq qiladi. Shunday qilib, *termodinamik temperatura – bu molekulalar ilgarilanma harakati oʻrtacha energiyasiga proporsional kattalikdir.*

ADABIYOTLAR RO'YHATI:

1. Qambarov F .F. Ionnaya implantasiya v metallic.M: Nauka I texnika, 1980-164 bet
2. Beliy A.V. Karpenko G. D. Mishkin N. K. Struktura I metodi sozdanoya iznosostoykix poverxnostnix slova. M: Nauka I texnika, 1991-175 bet
3. Beliy A.V.Kukareko V A Lobodaeva O V, Taran I I , Shix S. K . Ionno- luchevaya obrabotka metallov, splavov I keramicheskix materialov. M: Nauka I texnika, 1997-186 bet