Volume. 7, Issue 12, December (2024)

TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR VA ULARNING XOSSALARI

https://doi.org/10.5281/zenodo.14295519

Maxkamov Xamidullo Qaxramonovich
QDPI o'qituvchi
Mamalatifova Go'zalxon Omonboy qizi
QDPI talaba

Annotatsiya: *Ushbu maqolada trigonometrik funksiyalarning kelib chiqishi tarixi haqida, shuningdek trigonometrik funksiyalarning davri, aniqlanish sohasi, juft – toqligi, o'sish va kamayish oraliqlari, qiymatlar to'plami kabi muhim xossalari keltirib o'tilgan, grafiklari orqali batafsil tushuntirilgan. Trigonometriya bo'limini o'qitishdagi muammolar va trigonometrik funksiyalar mavzusini o'qitishda o'qituvchilar uchun metodik tavsiyalar berilgan.*

Kalit so'zlar*:* *trigonametriya, funksiya, uchburchak, xossa, grafik, burchak, gradus, radian, sinx, cosx, tgx, ctgx, sonlar, to'plami, juft-toqligi, aniqlanish sohasi, o'sish va kamayishi, tenglama.*

Аннотация*:* *В данной статье упоминаются и поясняются история происхождения тригонометрических функций, а также важные свойства тригонометрических функций, такие как период, область определения, четность-нечетность, интервалы приращения и убывания, набор начений. подробно через графики. Приведены проблемы преподавания кафедры тригонометрии и методические рекомендации преподавателям при преподавании предмета тригонометрические функции.*

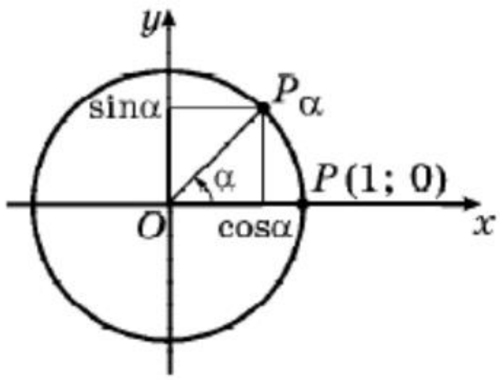
Ключевые слова: *тригонометрия, функция, треугольник, свойство, график, угол, градус, радиан, sinx, cosx, tgx, ctgx, числа, множество, чет-нечет, область определения, увеличение и убывание, уравнение.*

Abstract*:* *In this article, the history of the origin of trigonometric functions, as well as important properties of trigonometric functions such as period, domain of determination, even-oddness, increment and decrement intervals, set of values are mentioned and explained in detail through graphs. Problems in teaching the trigonometry department and methodical recommendations for teachers in teaching the subject of trigonometric functions are given.*

Key words*:* *trigonometry, function, triangle, property, graph, angle, degree, adian, sinx, cosx, tgx, ctgx, numbers, set, even-odd, domain, increase and decrease, equation.*

Trigonometriya kursida trigonometrik funksiyalarni o'rganish alohida ahamiyatga ega. Trigonometrik funksiyalar metodologik nuqtai nazardan o'qituvchi uchun ham, tushunish va o'zlashtirish nuqtai nazaridan o'quvchi uchun ham eng qiyin mavzulardan biri hisoblanadi.Trigonometriyada burchak gradus, radian qiymatda yoki son qiymatida topiladi. Bu tushunchalar bir-biriga o'zaro bog'liq bo'lib, biri orqali ikkinchisi yuzaga keladi. Aylananing umumiy o'lchovi 360 gradus ekanligini birinchi bo'lib, Shumer astronomlari tomonidan isbotlangan, shular qatorida Bobilliklar esa o'xshash uchburchaklarning tomonlari nisbatini o'rganadilar. Shunga o'xshash o'rganishlar yuzasidan uchburchakni aniqlash trigonometriyaga bog'liqligi kelib chiqadi. Trigonometriyaning kelib chiqishi astronomiya fani bilan uzviy bog'liq, chunki aynan shu fan muommolarni hal qilish uchun qadimgi olimlar uchburchakdagi turli miqdorlarning nisbatini o'rganishni boshlagan.Bizga ma'lumki, trigonometrik doiraning umumiy o'lchov birligi 360 gradusga teng. Bu gradus o'lchov birligini 2π ko'rinishida ham yozish mumkin. Bu o'lchash jarayonlarini Shumer astranomlari tomonidan fanga kiritgan. Shu triganometrik doiraning qiymati bo'lib, ular 4 ta choraklarga bo'linadi, har bir chorak esa, 90 gradusdan qilib bo'linadi. Shunday qilib, biror nuqtadan boshlanuvchi, ikki nurning orasi burchak deb ataladi. Shu burchaklarni o'lchashda cosα, sinα, tgα, ctgα, kabi tushunchalar kiritiladi.

Ixtiyoriy burchakning sinusi va kosinusi quyidagicha ta'riflanadi: 1- ta'rif: α burchakning sinusi deb (1; 0) nuqtani koordinatalar boshi atrofida α burchakka burish natijasida hosil bo'lgan nuqtaning ordinatasiga aytiladi (sinα kabi belgilanadi, 1-rasm).



1-rasm.

2- ta'rif: α -burchakning kosinusi deb (1; 0) nuqtani koordinatalar boshi atrofida α burchakka burish natijasida hosil bo'lgan nuqtaning abssissasiga aytiladi (cosα kabi belgilanadi).

3- ta'rif. α burchakning tangensi deb α burchak sinusining uning kosinusiga nisbatiga aytiladi (tg α kabi belgilanadi).

Agar har bir haqiqiy x songa sinx son mos keltirilsa, u holda haqiqiy sonlar to'plamida y = sinx funksiya berilgan bo'ladi. y = cosx, y = tgx va y = ctgx funksiyalar shunga o'xshash aniqlanadi.

y = sinx funksiyaning xossalari va grafigi.

1. y = sinx funksiyaning asosiy xossalari:

a) funksiya barcha haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan, yani x є R;

b) funksiya cheklangan bo‘lib, uning qiymatlar to‘plami [- 1; 1] kesmadan iborat; x = π/2 + 2kπ, к є Z nuqtalarda funksiya 1 ga teng bo’lgan eng katta qiymatlarni qabul qiladi, x = - π/2 + 2kπ, k є Z nuqtalarda esa -1 ga teng eng kichik qiymatlarni qabul qiladi;

d) funksiya toq: barcha x є R lar uchun sin (-x) = - sin x ;

e) funksiya eng kichik musbat davri 2π ga teng bo‘lgan davriy funksiyadir: barcha x є R lar uchun sin(x + 2π) = sinx ;

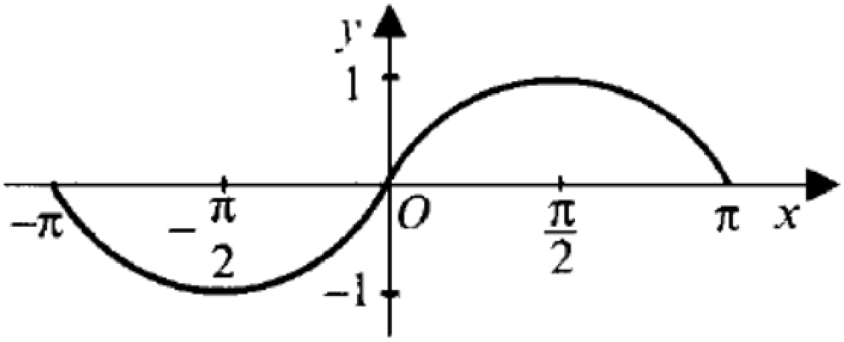
f) barcha x є (2kπ; π + 2kπ), k e Z larda sinx > 0;

g) barcha x є (π + 2кπ; 2π + 2кπ), k є Z larda sinx < 0;

h) barcha x = πk, x є R nuqtalarda sinx = 0. Shuning uchun uning x argumentning 0, ±π; ±2π; ... qiymatlari y = sinx funksiyaning nollari deb ataladi;

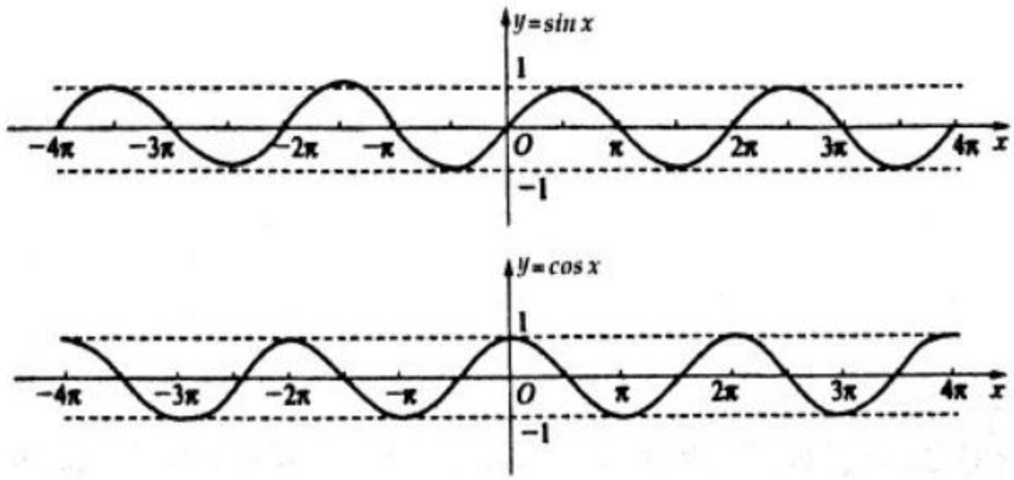
i) funksiya [- π/2 + 2kπ; π/2 + 2kπ], k є Z oraliqlarda -1 dan 1 gacha o‘sadi, [-π/2 + 2kπ; π/2 + 2kπ], к є Z oraliqlarda esa 1 dan -1 gacha kamayadi.

2. Sinusning xossalaridan foydalanib, avval uning grafigini uzunligi funksiyaning davriga teng bo‘lgan [–π; π] oraliqda yasaymiz (2-rasm).

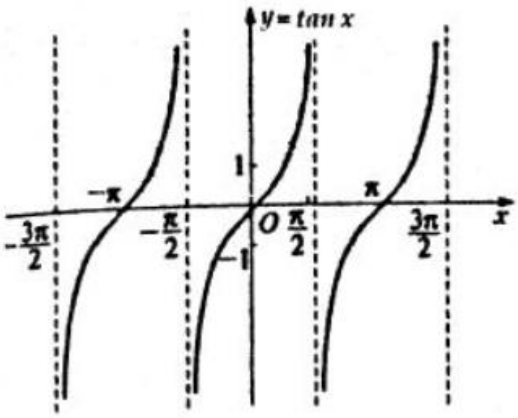


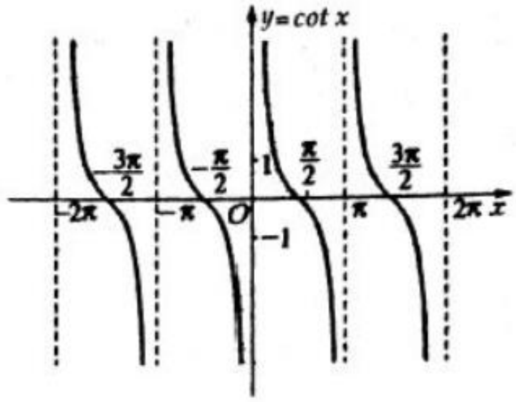
2-rasm

So‘ngra y = sinx funksiyani davriyligidan foydalanib bu grafikni chapga va o‘ngga davriy ravishda davom ettirib, butun sonlar o‘qida funksiya grafigini yasaymiz (3-rasm). Hosil bo‘lgan egri chiziq sinusoida deb ataladi.



Quyidagi grafiklarda y = tg *x* va y = ctg *x* ning grafiklari berilgan:





Bu funksiyalar grafigidan ularning to’rtalasi ham davriy ekanligini ko’rishimiz mumkin. Bu yerda y = sin *x* va y = cos *x* funksiylarning eng kichik musbat davri π, qiymatlar sohasi [–1; 1], hamda y = tg *x* va y = ctg *x* funksilarning eng kichik musbat davri π, qiymatlar sohasi $(-\infty;\infty)$

- ✓ $y = \sin x$ funksiya $x \in R$ da toq funksiya, $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ da o’suvchi;
- ✓ $y = \cos x$ funksiya $x \in R$ da juft funksiya, $[0;\ \pi]$ da kamayuvchi;
- ✓ $y = \operatorname{tg} x$ funksiya $x \in R$ da toq funksiya, $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ da o’suvchi;
- ✓ $y = \operatorname{ctg} x$ funksiya $x \in R$ da toq funksiya, $(0;\ \pi)$ da kamayuvchi;

3-mashq: $f(x) = \sin^4 x \cdot \operatorname{tg} x + \cos^4 x \cdot \operatorname{ctg} x$ ushbu funksiyaning qiymatlar sohasini toping?

Yechish:

$$f(x) = \frac{\sin^5 x}{\cos x} + \frac{\cos^5 x}{\sin x} = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\sin x \cos x} = \frac{2 - \frac{3}{2}\sin^2 2x}{\sin 2x} \Rightarrow [\sin 2x = t \ deb\ olamiz] \Rightarrow$$

$$t \in [-1; 0) \cup (0; 1] \Rightarrow f(x) = g(t) = \frac{2 - \frac{3}{2}t^2}{t} = \frac{2}{t} - \frac{3}{2}t$$

Bu funksiyadan kio’rishimiz mumkin, $t \in [-1; 0) \cup (0; 1]$ da $\frac{2}{t}$ va $-\frac{3}{2}t$ funksiyalarning ikkalasi ham kamayuvchi, demak $g(t)$ funksiya $t \in [-1; 0) \cup (0; 1]$ da kamayuvchi, hamda holdagi qiymatlar sohasi $g(t) \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; \infty\right) \Rightarrow f(x) \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; \infty\right)$

Demak javob: $f(x) \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; \infty\right)$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Azlarov T., Mansurov X. Matematik analiz. -T.: Oʻqituvchi. 1986
2. Sh.A. Alimov, O.R. Xolmuhamedov, M.A. Mirzaahmedov. Algebra. Umumiy oʻrta taʼlim maktablarining 9- sinfi uchun darslik.
3. M.Mirzaahmedov, Sh.Ismailov, A.Qamanov, B.Haydarov. Oʻrta taʼlim muassasalarining 10-sinfi va oʻrta maxsus, kasb-hunar taʼlimi muassasalari oʻquvchilari uchun Matematika fanidan darslik Toshkent- MCHJ “EXTREMUM PRESS”, 2017 y.
4. M.Mirzaahmedov, Sh.Ismailov, A.Qamanov, B.Haydarov. Oʻrta taʼlim
5. muassasalarining 11-sinfi va oʻrta maxsus, kasb-hunar taʼlimi muassasalari oʻquvchilari uchun Matematika fanidan darslik Toshkent- “ZAMIN NASHR” MCHJ, 2018y.