TO‘G‘RI TO‘RTBURCHAKDA LAPLAS TENGLAMASI UCHUN SHARTLI KORREKT QO‘YILGAN MASALA

https://doi.org/10.5281/zenodo.10019698

Tolipov Nodirjon Isaqovich
TATU Farg‘ona filiali katta o‘qituvchisi
Nabijonov Ravshanbek Muxammadjon o‘g‘li
TATU Farg‘ona filiali assisteni

Annotatsiya: *Ushbu maqolada to‘g‘ri to‘rtburchakda Laplas tenglamasi uchun qo‘yilgan masala shartli korrekt ekanligi ko‘rsatiladi. Avvalo qo‘yilgan (1)-(4) masala korrekt qo‘yilganligini ko‘rsatishga harakat qilinadi. Ammo masalaning yechimi turg‘un emasligi, ya’ni masala korrekt qo‘yilmaganligi kelib chiqadi.*

Kalit so‘zlar: *Laplas operatori, nokorrektlik, yechim yagonaligi, taqribiy yechim.*

Abstract: *In* this article, it is shown that the problem posed for the Laplace equation in a rectangle is conditionally correct. First of all, we will try to show that the questions (1)-(4) are correctly stated. But it turns out that the solution of the problem is not stable, that is, the problem is not correctly stated.

Key words: Laplace operator, incorrectness, uniqueness of solution, approximate solution.

KIRISH

Matematik fizika tenglamasiga biror masala qo‘yilgan bo‘lsa, bu masalaning yechimi albatta, boshlang‘ich va chegaraviy shartlardagi funksiyalarga bog‘liq bo‘ladi. Bu funksiyalar odatda tajriba yo‘li bilan aniqlanadi va shuning uchun ham ular aniq topilishi mumkin emas, chunki fizik kattaliklarni o‘lchashda muayyan o‘lchash xatoligi mavjuddir.

Boshlang‘ich va chegaraviy shartlarni hosil qilishda yo‘l qo‘yilgan xatolar yechimga qanchalik ta’sir qilishini aniqlash ham muhim ahamiyatga egadir. Boshlang‘ich va chegaraviy shartlarni ozgina o‘zgarishiga yechimni juda katta o‘zgarishi ham mos kelishi mumkin. Bu hollarda bunday yechimdan foydalanish amalda yaxshi natijalar bermasligi mumkin.

Agar masalada boshlang‘ich va chegaraviy shartlarning hamda tenglama ozod hadining ozgina o‘zgarishiga yechimning ham ozgina o‘zgarishi mos kelsa, bunday masala yechimi turg‘un deyiladi.

Agar matematik fizika masalasining yechimi mavjud, yagona va turg‘un bo‘lsa, u holda matematik fizika masalasi korrekt qo‘yilgan deyiladi. Bu shartlarning istalgan biri bajarilmasa, bunday masalaga korrekt qo‘yilmagan masala deyiladi. Ushbu maqolada to‘g‘ri to‘rtburchakda Laplas tenglamasi uchun shartli korrekt qo‘yilgan masalaning korrekt ekanligi ko‘rilib, shartli korrektlikka tekshirilgan va taqribiy yechimi qurilgan.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

Korrektlik tushunchasini XX asr boshida taniqli fransuz matematigi Adamar kiritgan bo‘lib, keyinchalik uni klassik ma’nodagi korrektlik yoki Adamar ma’nosidagi korrektlik deb ataldi.

Klassik ma’nodagi nokorrekt qo‘yilgan masalalarga fizik hodisalarni matematik talqin qilishda duch kelingan, lekin juda yaqin vaqtlargacha bu masalalar matematiklarni qiziqtirmagan. Chunki ular bu tipdagi masalalarni hech qanday fizik hodisalarga bog‘liqmas deb hisoblaganlar.

A.N.Tixonovning geofizik tekshirishlarida boshlang‘ich va chegaraviy shartlarni interpretatsiyalash muammolari vujudga kelishi natijasida klassik ma’noda nokorrekt qo‘yilgan masalalarni tekshirishga zaruriyat tug‘ildi va bunday masalalarga qo‘yilgan yangi shartlarni Tixonov o‘z ishlarida ko‘rsatib berdi.

A.N.Tixonov birinchi marta o‘z ishlarida nokorrekt masalalarga qo‘yiladigan yangi shartlar mos fizik masalalarning mohiyatidan kelib chiqishini ko‘rsatgan.

Matematik fizika masalalari shartli korrekt yoki Tixonov ma’nosida korrekt qo‘yilgan deyiladi, agar quyidagi shartlar bajarilsa:

1) oldindan ma’lumki, masalaning yechimi mavjud va funksional fazoning berilgan qandaydir M to‘plamiga tegishli;

2) masala yechimi M to‘plamda yagona;

3) M to‘plamda masalaning yechimi berilgan funksiyalarga uzluksiz bog‘liq, ya’ni yechimni M to‘plamdan tashqariga chiqarib yubormaydigan berilgan funksiyalarning cheksiz kichik o‘zgarishiga yechimning cheksiz kichik o‘zgarishi mos kelsa;

M to‘plam korrektlik to‘plami deyiladi va ko‘p hollarda bu to‘plam kompakt to‘plamdan iborat bo‘ladi [1].

MUHOKAMA

Masala. $D=\{(x,y);0<x<a,\ 0<y<\pi\}$, sohada quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $U(x,y)$ funksiya topilsin:

$$\Delta^2 u(x,y)=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial U(x,0)}{\partial y}=\frac{\partial U(x,b)}{\partial y}=0,\ 0<x<a \qquad (2)$$

$$\frac{\partial U(x,0)}{\partial y}=\frac{\partial U(x,b)}{\partial y}=0,\ 0<x<a \qquad (3)$$

$$U(0,y)=U(a_1,y)=0,\quad 0\le y\le b \qquad (4)$$

$$\frac{\partial U(0,y)}{\partial x}=0 \qquad \frac{\partial U(a_1,y)}{\partial x}=f(y),\ 0<y<b, \qquad (5)$$

bu yerda $0<a_1<a$, $f(y)-$berilgan funksiya, $\Delta-$Laplas operatori.

Avval $(1)-(4)$ masala korrekt qo‘yilganligini ko‘rsatamiz. [1]. Haqiqatan ham $f(\varphi)=\varepsilon\cos my$ bo‘lganda

$$U_m(x,y)=\varepsilon\frac{shmx}{mchma_1}\cos my \qquad (6)$$

funksiya $(1)-(4)$ masalaning yechimi bo‘lishini bevosita tekshirib ko‘rib ishonch hosil qilish mumkin.

Ixtiyoriy $0<\varepsilon<1,\ c>0$ sonlar uchun shunday N son topiladiki $y\in(0,\pi),\ x\in(a_1,a)$ uchun $m>N$ bo‘lganda

$$\left\|\frac{U(a_1,y)}{\partial x}\right\|_{L_2(0,\pi)}\le\varepsilon,\quad \left\|U_m(x,y)\right\|_{L_2(0,\pi)}>c$$

bo‘ladi. Bunday masalaning yechimi turg‘un emasligi, ya’ni masala korrekt qo‘yilmaganligi kelib chiqadi.

$(1)-(4)$ masala yechimining turg‘unligini harakterlovchi quyidagi teorema o‘rinli bo‘ladi.

Teorema. Agar $U(x,y)$ funksiya

$$\left\|U(a,y)\right\|_{L_2(0,\pi)}\le M \qquad (7)$$

$$\left\|\frac{U(a_1,y)}{\partial x}\right\|_{L_2(0,\pi)}\le\varepsilon \qquad (8)$$

$$\int_0^\pi\frac{\partial U(a_1,y)}{\partial x}\partial y=0 \qquad (9)$$

shartlarni bajarsa, u holda

$$\left\|U(x,y)\right\|_{L_2(0,\pi)}\le M\frac{sh\lambda(\varepsilon)x}{sh\lambda(\varepsilon)a} \qquad (10)$$

tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Bu yerda $\lambda(\varepsilon)$ son

$$\frac{sh\lambda a}{\lambda ch\lambda a_1}=\frac{M}{\varepsilon} \qquad (11)$$

tenglama ildizi.

Bu teorema [1] maqoladagi 2-teoremaning isbotiga o‘xshash isbotlanadi. Ushbu teoremadan (4) korrektlik to‘plamida $(1)-(4)$ masala yechimining yagonaligi kelib chiqadi.

NATIJA. Faraz qilaylik, $f(y)$ funksiya δ aniqlikda berilgan bo‘lsin, ya’ni bu funksiyaning o‘rniga uning taqribiy qiymati $f_\delta(y)$ funksiya berilgan bo‘lib,

$$\left\|f(x)-f_\delta(x)\right\|_{L_2(0,\pi)}\le\delta$$

tengsizlik o'rinli bo'lsin. U holda $(1)-(4)$ masalaning (4) korrektlik to'plamidagi taqribiy yechimi sifatida quyidagi funksiyani olish mumkin:

$$U_{n\delta}(x,y)=\sum_{m=1}^{n} b_m \frac{shmx}{mchma_1}\cos my$$

bu yerda b_m sonlar $f_\delta(x)$ funksiyaning Fure koeffitsientlari.

$(1)-(4)$ masalaning aniq va taqribiy yechimlari orasidagi farqni huddi [1] maqoladagidek baholab, quyidagi tengsizlikka ega bo'lamiz:

$$\left\|U(x,y)-U_{n\delta}(x,y)\right\|_{L_2(0,\pi)} \le \delta \frac{shnx}{nchna_1}+M\frac{sh(n+1)x}{sh(n+1)a}$$

XULOSA. Ushbu maqolada to'g'ri to'rtburchakda Laplas tenglamasi uchun shartli korrekt qo'yilgan masala masala o'rganilgan. Bu masalaning Adamar ma'nosida nokorrekt ekanligi ko'rsatilib, Tixonov ma'nosidagi korrektlikka tekshirilgan hamda korrektlik to'plamining yuqori chegarasi berilgan holda masalaning aniq yechimiga intiluvchi taqribiy yechimi qurilgan.

ADABIYOTLAR:

1. Лаврентьев М.М. некорректные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск. 1981

2. Атаходжаев М.А. Ахмедов З.А Об одной условно-корректной задачи для бигармонического уравнения. Изв.АНРУЗ. серия физ-мат. Наук, 1980, №1.

3. Saidov, M., & Isroilov, S. (2023). TO'RTINCHI TARTIBLI BIR JINSLI BO'LMAGAN TENGLAMA UCHUN ARALASH MASALA. Research and implementation.

4. Nasriddinov, O., Maniyozov, O., & Bozorqulov, A. (2023). XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING UMUMIY YECHIMNI TOPISHNING XARAKTERISTIKALAR USULI. *Research and implementation*.

5. Ergashev, T. G., & Tulakova, Z. R. (2022). The Neumann problem for a multidimensional elliptic equation with several singular coefficients in an infinite domain. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, *43*(1), 199-206.

6. Tolipov, N., Xudoynazarov, Q., & Munavarjonov, S. (2023). ОБ ОДНОЙ НЕКОРРЕКТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ БИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ПОЛУШАРЕ. Research and implementation.

7. Tolipov, N., Isaxonov, X., & Zunnunov, M. (2023). SHAR TASHQARISIDAGI SOHA UCHUN GARMONIK DAVOM ETTIRISH MASALASI. Research and implementation.

8. Isaqovich, T. N. (2023). Chorak doira tashqarisida bigarmonik tenglama uchun nokorrekt qo 'yilgan masala. Talqin va tadqiqotlar ilmiy-uslubiy jurnali, 1(18), 73-83.

9. Jo’raeva, D. (2022). BUZILADIGAN ODDIY DIFFERENTSIAL TENGLAMA UCHUN BIRINCHI CHEGARAVIY MASALA. O'ZBEKISTONDA FANLARARO INNOVATSIYALAR VA ILMIY TADQIQOTLAR JURNALI, 2(13), 456-461.

10. Farkhodovich, T. D. (2022). The Problem of Forming Interpersonal Tolerance in Future Teachers. *International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology*, *2*(4), 12-15.

11. Эргашев, Т. Г., & Тулакова, З. Р. (2022). Задача со смешанными граничными условиями для сингулярного эллиптического уравнения в бесконечной области. *Известия высших учебных заведений. Математика*, (7), 58-72.

12. Ergashev, T. G., & Tulakova, Z. R. (2022). A problem with mixed boundary conditions for a singular elliptic equation in an infinite domain. *Russian Mathematics*, *66*(7), 51-63.

13. Bozarov B.I., Shaev A.K. Norm of the error functional for the optimal quadrature formula with cosine weight in the Sobolev space. //Problems of computational and applied mathematics. No. 3/1(50) 20233. pp 167-173.

14. Yusupov, Y. A., Otaqulov, O. H., Ergashev, S. F., & Kuchkarov, A. A. (2021). Automated stand for measuring thermal and energy characteristics of solar parabolic trough concentrators, Appl. *Sol. Energy*, *57*, 216-222.

15. Otaqulov, O. H., Ergashev, S. F., & Yusupov, Y. A. (2020). THE PROGRAM FOR CALCULATING THE DISTRIBUTION OF THE FLUX DENSITY OF CONCENTRATED SOLAR RADIATION IN THE FOCAL PLANE OF A PARABOLIC CYLINDER CONCENTRATOR.*Scientific-technical journal*,*3*(3),62-64.